

استخراج حرکات پایه از دستخط فارسی افراد

پوریا زمانی^{۱*} بن ویلیامز^۴ حمید سلطانیانزاده^{۱, ۲, ۳} فریبا بهرامی^۵

^۱ گروه مهندسی پزشکی، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران

^۲ قطب علمی کنترل و پردازش هوشمند، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران

^۳ Image Analysis Lab., Department of Radiology, Henry Ford Hospital,

Detroit, Michigan, USA

^۴ Institute for Adaptive and Neural Computation, School of Informatics, University of Edinburgh, UK

E-mail:

pzamaani @ ut.ac.ir *

چکیده

در سالهای اخیر، نظریه ماهیت ساخت یافته کنترل حرکت، مبنی بر وجود کنترل کننده‌ای مرکزی و در اختیار بودن یکسری حرکات پایه در موجودات زنده، اهمیت بیشتری یافته است. به همین دلیل در این مقاله با در نظر گرفتن دستخط افراد، یکی از انواع دقیق، پیچیده و در عین حال مرسوم حرکت به استخراج این حرکات پایه و زمان فراخوانی آنها، از نوشه‌های افراد پرداخته ایم. در راهکار پیشنهادی مقاله با استفاده از مدل مارکوف پنهان چندگانه و الگوریتم بیشینه‌سازی امید، بدون هیچ‌گونه پیش‌فرضی در خصوص حروف مورد بررسی و یا طول حرکات پایه مطلوب، این امر به انجام رسیده است. با مشخص شدن حرکات پایه، زمان فراخوانی هر یک می‌تواند به عنوان روشی کارا در کد کردن هر کرکتر به کار رود و همچنین با ثابت بودن شکل این حرکات پایه، زمان فراخوانی هر یک توجیه کننده تعییرات احتمالی حین نوشتن یک حرف است.

واژه‌های کلیدی: حرکات پایه، مدل مارکوف پنهان چندگانه و بیشینه‌سازی امید.

شده است و تنها با صدور و اجرای فرمانهای حرکتی جدید می‌توان اثر حرکت اولیه را اصلاح کرد.

شوahed فیزیولوژیکی چندی مبنی بر ماهیت ساخت یافته (Modular Organization) کنترل کننده حرکت در موجودات زنده وجود دارد. [۱] براساس این نظریه دسته‌ای از حرکات ساده و ابتدایی آموخته شده و در دسترس کنترل کننده حرکت قرار دارند و این بخش از سیستم حرکتی است که با ترکیب و فراخوانی این حرکات ابتدایی، که از آنها به عنوان حرکت پایه (Motion Primitive) یاد می‌کنیم، حرکات پیچیده‌تر را تولید می‌کند. به کمک این نظریه برخی از ویژگیهای

۱- مقدمه

چگونگی کنترل حرکت در موجودات زنده، مسئله پیچیده‌ایست که از دیرباز مورد توجه پژوهشگران قرار داشته است. حرکت در موجودات زنده، حتی در ساده‌ترین شکل خود، مستلزم صدور هزاران فرمان حرکتی (Motor Command) و بکارگیری ماهیچه‌های متعدد، هر کدام در زمان و به میزان مناسب بوده و افزون بر آن توانایی آموختن حرکات جدید و اصلاح یک حرکت در حین انجام آن نیز، وجود دارد. از دیگر ویژگیهای حرکت از دیدگاه فیزیولوژیکی، عدم امکان متوقف ساختن اجرای یک فرمان حرکتی صادر

۲- تئوری

۱-۲- مدل ساده‌شده‌ی پیانو در نواختن آهنگ

پدیدآمدن آهنگ به‌واسطه‌ی نواختن پیانو را می‌توان با رابطه‌ی (۱)،

$$Y(t) = \sum_{m,n} \alpha_{mn} W_m(t - \tau_{mn}) \quad (1)$$

توصیف کرد. در این رابطه، W_m ‌ها همان نتهای تشکیل‌دهنده آهنگ، معادل با حرکات پایه هستند که با فشرده‌شدن یکی از کلیدهای پیانو فراخوانده می‌شوند. τ_{mn} زمان نواخته‌شدن نت m برای n امین بار است و α_{mn} نیز سهم هر نت در خروجی نهاییست.

براساس نظریه ماهیت ساخت‌یافته کنترل‌کننده‌ی حرکت، مسأله کنترل حرکت نیز بسیار شبیه نواختن پیانوست، بدین ترتیب که در این مورد نیز با فراخوانی به موقع و ترکیب یکسری از حرکات پایه، حرکت مطلوب شکل می‌گیرد ولی از سویی دیگر تغییرات و نویز در خروجی، به‌سادگی توسط مدل پیانو قابل توجیه نیست و همچنین روش شناخته‌شده‌ای برای آموزش و تعیین پارامترهای این مدل در اختیار نیست، بنابراین با الهام از مدل پیانو از ساختار احتمالاتی زنجیرهای مارکوف پنهان چندگانه استفاده می‌کنیم.

۲-۲- مدل مارکوف پنهان چندگانه

بنا به تعریف، فرآیندهای مارکوف (مرتبه اول)، فرآیندهایی هستند که کلیه اطلاعات آماری فرآیند در هر لحظه، تنها وابسته به اطلاعات آماری در لحظه قبل باشد. چنانچه حالت‌های تشکیل‌دهنده زنجیر مارکوف مستقیماً در دسترس نباشند، بلکه خروجی‌هایی که با این حالات در ارتباط هستند، قابل مشاهده و اندازه‌گیری باشند، چنین فرآیندهایی را به عنوان مدل‌های مارکوف پنهان می‌شناسیم و اگر در عوض یک زنجیر مارکوف، مجموعه‌ای از زنجیرهای مارکوف خروجی قابل مشاهده را بدست‌دهند، این‌گونه مدل‌ها را زنجیرهای مارکوف پنهان چندگانه نام می‌نهیم. در این مقاله، حاصل امر نوشتمن را به عنوان یک متغیر تصادفی گوسی چندمتغیره فرض کرده و مطابق شکل (۱)، برابر

حرکت، یادشده در بند بالا، قابل توجیه هستند.

با مطالعه دستخط افراد، که تصویر مجموعه‌ای از حرکات مرتبط در دست است، نیز می‌توان این حرکات پایه را تمیز داده و از دستخط استخراج کرد. این هدف در اکثر روشها [۲]، با تقسیم حروف نوشته‌شده به بخش‌های سازنده (با معیارهایی همچون شناخت نقاط دارای حداکثر گشتاور و یا بیشترین انحصار) و استفاده از راهکار تحلیل اجزا اصلی (PCA) تحقق یافته‌است. از نقاط ضعف این‌گونه روشها می‌توان به وابسته بودن الگوریتم به فرضیات اولیه درمورد تقسیم حروف و نیاز به معلوم‌بودن طول حرکات پایه، اشاره کرد. در این پژوهش با الگوبرداری از چگونگی ایجاد آهنگ حین نواختن پیانو و استفاده از توصیف ریاضی زنجیره‌های مارکوف پنهان چندگانه (fHMM)، به استخراج حرکات پایه از دستخط افراد پرداخته‌ایم. در راهکار پیشنهادی مقاله برای تعیین مجھولات (پارامترهای) مدل مارکوف از الگوریتم بیشینه‌سازی امید (EM) استفاده شده است و نیازی به تقسیم اولیه حروف و یا ثابت فرض کردن طول حرکات پایه وجود ندارد.

بنابراین در بخش دوم مقاله به معرفی مدل نواختن پیانو و آشنایی با زنجیره‌های مارکوف پنهان چندگانه می‌پردازیم. در بخش سوم به تشریح راهکار پیاده‌شده برای استخراج پیش‌الگوهای حرکتی و زمان فراخوانی هریک، از حروف نوشته‌شده پرداخته و در بخش چهارم نتایج حاصل از اجرای الگوریتم در مورد برخی حروف ارائه می‌شوند و خواهیم دید که حرکات پایه‌ی استخراج شده به همراه زمان فراخوانی خود می‌توانند به عنوان روشی کارا در کدکردن و تفکیک حروف مختلف استفاده شوند. در بخش پایانی نیز به بحث و نتیجه‌گیری اختصاص داشته و ضمن شناخت نقاط ضعف و قوت راهکار ارائه شده، پیشنهادهایی برای ادامه این پژوهش مطرح خواهند شد.

تشریح قیودی می‌پردازیم که امکان توصیف پدیده‌ی نوشتن با الهام از مدل پیانو و روابط مدل مارکوف را مقدور می‌سازند.

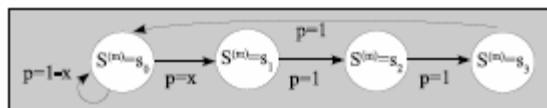
خروجی زنجیرهای مارکوف پنهان چندگانه قرار داده، داریم:

$$Y_t \sim N(\mu_t, C) \quad (2)$$

۳-۲ - قیدها

یک تفاوت آشکار در مدل پیانو و زنجیرهای مارکوف پنهان چندگانه این است که در مدل پیانو نتها می‌توانند نواخته نشوند ولی در زنجیرهای مارکوف پنهان چندگانه، خروجی همواره به صورت ترکیبی خطی از حالات زنجیرهای مارکوف قابل بیان است. بنابراین لازمست در مدل مارکوف استفاده شده، حالت صفر در همه‌ی زنجیرها، خروجی صفر (عدم حرکت قلم) را نتیجه دهد.

از دیگرسو در مدل پیانو، پس از فشردن یک کلید، نت حاصل را بطور کامل در خروجی خواهیم داشت. پس با توجه به ویژگی حرکت، در مدل مارکوف استفاده شده نیز چنانچه یک زنجیر مارکوف (حرکت پایه) فعال شود دیگر نمی‌تواند متوقف شود و تمام حالات ممکن از حالت اول الی حالت K را باید بترتیب طی کرده و سپس به حالت اول برگردد، شکل (۲).



شکل ۲: نمایش احتمال تغییر حالات در زنجیرهای مارکوف، مورد استفاده در این مقاله.

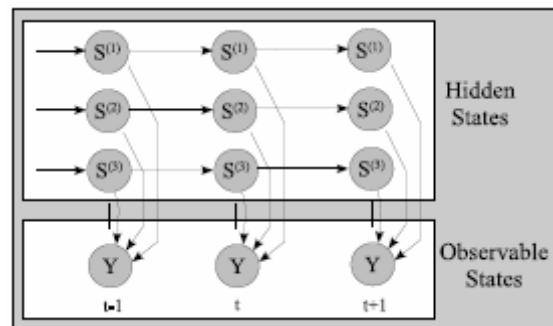
این قید چنانچه در بخش پیاده‌سازی خواهیم دید، تأثیر عمده‌ای بر شکل ماتریس‌های گذر حالت مدل خواهد داشت.

۴-۲ - آموزش مدل

پس از معرفی کامل مدل، تعیین پارامترهای آن به کمک روش بیشینه‌سازی امید قابل انجام است. در روش پیشنهادی [۳]، آموزش مدل مارکوف پنهان با M زنجیره، معادل با آموزش M مدل مارکوف پنهان تک-زنگیره است. بدین ترتیب که با محاسبه تابع $, h^m$ و استفاده از الگوریتم forward-backward براساس روش

$$\mu_t = \sum_{m=1}^M W^m S_t^m \quad (3)$$

که Y_t بردار بعدی خروجی در لحظه‌ی t و وابسته به M زنجیر مارکوف مستقل S^1, S^2, \dots, S^M است و W^m بردار میانگین خروجی در لحظه‌ی t و C نیز ماتریس کوواریانس خروجیست. هدف اصلی در این پژوهش تعیین ماتریس‌های W^m به عنوان حرکات پایه، است.



شکل ۱: نمایش رابطه‌ی خروجی و حالت‌های پنهان در مدل مارکوف پنهان چندگانه، تعداد زنجیرها: ۳.

هر یک از زنجیرهای مارکوف، S^m ، می‌تواند در K حالت مختلف قرار گیرد که هریک به صورت برداری π^m بعدی که تنها یکی از سطرهای آن یک و دیگر اعضا برابر صفر هستند، نمایش داده می‌شوند. توصیف کامل یک فرآیند به کمک مدل مارکوف، مستلزم معرفی دو مقدار زیر است:

توزیع احتمالاتی زنجیرها در لحظه نخست، بردارهای π^m بعدی π^m ، با تعریف:

$$P(S_1^m = i) = \pi_i^m \quad (4)$$

و ماتریس‌های $K \times K$ بعدی احتمال تغییر حالت، P^m ، با تعریف:

$$P(S_t^m = i | S_{t-1}^m = j) = P_{i,j}^m \quad (5)$$

در مدل مارکوف استفاده شده در این مقاله، M زنجیره هریک دارای K حالت استفاده شده‌اند. در ادامه به

۱-۲-۳- تعیین مقادیر ثابت

همچون: T (طول زمانی نمونه‌ها)، N (تعداد نمونه‌ها)، $N1$ و $N2$ (حداکثر تکرار حلقه‌های بیرونی و درونی)، M (تعداد حرکات پایه) و D (بعد داده‌های مورد استفاده).

۲-۲-۳- تعیین مقادیر اولیه

W^m ‌ها با متغیری نرمال، دارای میانگین صفر و ماتریس کوواریانس برابر با تخمین ماتریس کوواریانس داده‌های ورودی، مقدار اولیه‌شان تعیین می‌شود و بردار π^m و ماتریس P^m نیز با توجه به قیود بخش ۳-۲، بصورت زیر مقداردهی اولیه می‌شوند.

$$\pi^m = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \end{pmatrix}, P^m = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & . & . & 1 \\ x & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 1 & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

x نیز به صورتی در نظر گرفته می‌شود که در ابتداء هر حرکت پایه شانس یکبار ظاهرشدن در کرکتر موردنرسی را داشته باشد، در عمل عددی بین ۰/۰۱ الی ۰/۱۰ برای این منظور مناسب است.

ماتریس کوواریانس C نیز از روی داده‌های ورودی تخمین زده می‌شود.

۳-۲-۳- اجرای الگوریتم EM و نیل به همگرایی

- حلقه بیرونی (EM):

گام محاسبه امید: تعیین مقدار اولیه کلیه $\langle S_i^{(m)} \rangle$ ها به $S_i^{(m)}$ برای همه ها و a ها.

- حلقه درونی:

محاسبه‌ی $h^{(m)}$ به کمک روابط (پ).۱).

محاسبه‌ی $\langle S_i^{(m)} \rangle$ به کمک الگوریتم forward- backward و استفاده از $h^{(m)}$ به عنوان ورودی.

توقف اجرای حلقه‌ی درونی در صورت همگرایی

استاندارد Baum-Welch [۴]، می‌توان مقدار متوسط حالات $(\langle S_i^{(m)} \rangle)$ را محاسبه کرد. باید توجه داشت که در مسئله مورد بحث مقاله، h^m_t جای تابع $P(Y_t|S_t)$ را به عنوان ورودی، گرفته است. پس از تعیین $\langle S_i^{(m)} \rangle$ در گام محاسبه امید، در گام بیشینه‌سازی پارامترهای P^m, π^m, W^m و C مطابق روابط (پ).۲) اصلاح شده و الگوریتم تا مرز همگرایی تکرار می‌شود.

۳- پیاده‌سازی

۱-۳- جمع‌آوری و پیش‌پردازش داده‌ها

ابتدا به کمک یک قلم‌نوری (digitization tablet)، مجموعه داده‌ای پنج بعدی (شامل x و y سر قلم، فشار نوک قلم، زاویه‌ی قلم با صفحه افق و میزان چرخش قلم حول محور قائم) بازخ نمونه‌برداری Hz 200 از دستخط افراد بدست می‌آوریم. از این مجموعه تنها سه عنصر اول مورد استفاده قرار می‌گیرند، چرا که نسبت سیگنال به نویز برای بعدهای چهارم و پنجم بسیار انک بوده و البته توجیه فیزیکی مناسبی هم در حرکات پایه‌ی نهایی ندارند.

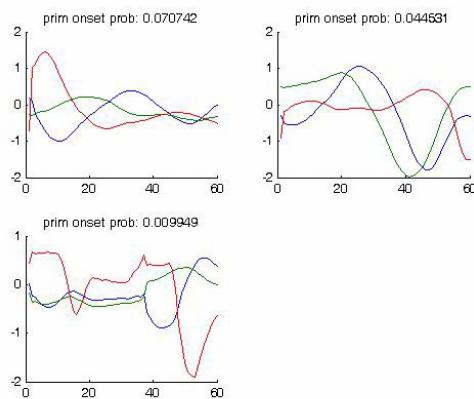
در مرحله‌ی دوم، داده‌ها به کمک پنجره‌ای گوسی نرم (فیلتر) می‌شوند.

سپس مشتق سه سطر اول (x و y و فشار نوک قلم)، برای جبران اثر واپستگی خروجی به جایگاه نوشته شدن حروف بروی دستگاه قلم‌نوری، محاسبه می‌شود.

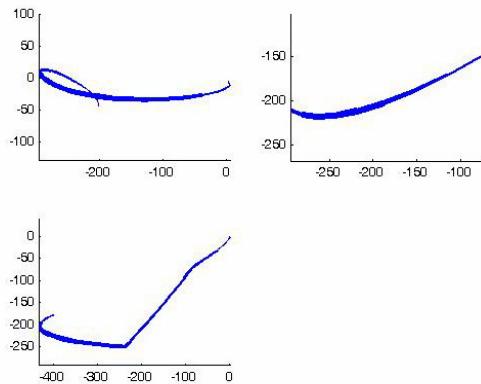
حاصل بند فوق پس از نرمالیزه شدن مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف از نرمالیزه کردن این مقادیر مشتق، داشتن واریانس واحد برای اعضای هرسطر از ماتریس داده‌های است، چرا که حرکات پایه‌ی مطلوب فاقد مقیاس خواهند بود.

۲-۳- بخش‌های اصلی الگوریتم پیشنهادی

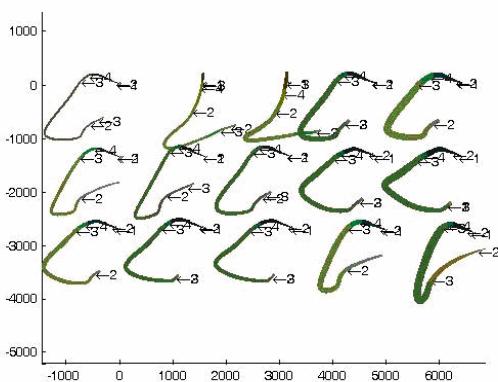
پس از جمع‌آوری داده‌ی تعداد مناسبی از یک حرف نوشته شده (مثلًاً ۱۰۰ نمونه)، الگوریتم بترتیب زیر اجرا می‌شود:



شکل ۴: نمایش سه حرکت پایه بدست آمده بر حسب زمان و احتمال آغاز (x): هر یک، آبی: مقدار مؤلفه در راستای x، سبز: مقدار مؤلفه در راستای y و قرمز: مؤلفه فشار.



شکل ۵: بازسازی سه حرکت پایه استخراج شده در فضای نوک قلم.



شکل ۶: اشکال حاصل از بازسازی چهار حرکت پایه‌ی حرف ل به کمک زمانهای فراخوانی مربوط به کرکتر W بروی صفحه (۱۵ مورد). زمانهای فراخوانی هر یک از حرکات پایه با فلاش بروی هر شکل مشخص شده‌اند.

برای مشخص شدن اهمیت زمان فراخوانی حرکات پایه، در شکل (۶) حاصل فراخونی حرکات پایه کرکتر ل با زمانهای مربوط به حرف انگلیسی W آورده شده‌اند که

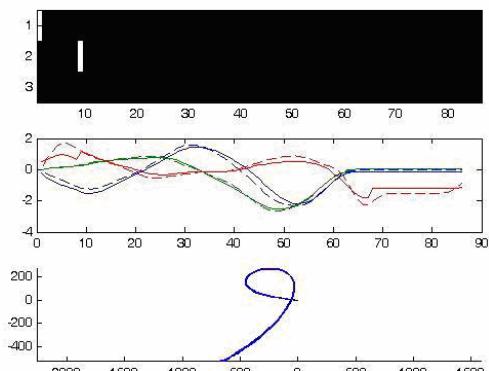
$\langle S_t^{(m)} \rangle$ ها و یا N2 بار تکرار.

گام بیشینه‌سازی: محاسبه‌ی مقدار جدید پارامترهای مدل مطابق روابط (پ ۲).

توقف اجرای حلقه‌ی بیرونی در صورت همگرایی W^m ها و یا N1 بار تکرار.

۴- نتایج

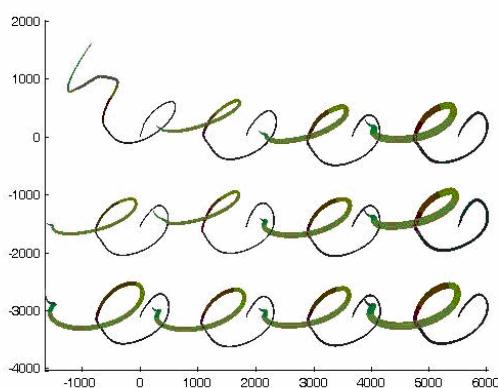
الگوریتم یادشده، برای استخراج حرکات پایه در مورد حروف: ا، د، ر، س، ص، ل و و با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته است. در اشکال (۳) الی (۵) نتایج استخراج شده از حرف و، از مجموعه‌ی ۲۵۰ کرکتری نوشته شده توسط یک فرد به نمایش درآمده است.



شکل ۳: نمایش حرف و (ردیف پایین)، بازسازی شده توسط سه حرکت پایه استخراج شده (ردیف وسط) و زمانی فراخوانی هر حرکت پایه. (ردیف بالا)

چنانچه پیشتر نیز اشاره شد، پس از استخراج حرکات پایه و مشخص شدن زمان آغاز آنها درمورد هر حرف در یک مجموعه از داده‌های مشابه، این اطلاعات (حرکات پایه و زمان آغاز هر یک) می‌توانند به عنوان روشهای کارا برای کد کردن کرکترها استفاده شوند.

نمایش معناداری حاصل نشده است.



شکل ۶: حاصل بازسازی حرکات پایه از مجموعه اول با زمانهای مربوط به مجموعه دوم از ص ها.

چنانچه مشاهده می شود، برخلاف انتظار این عمل به بازسازی موفق حرف ص منجر نشده است، دلایل این امر می تواند:

- وابستگی زمان فرآخوانی هر حرکت پایه به شکل آن حرکت،

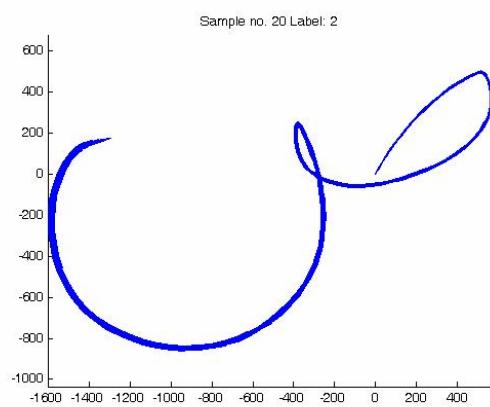
محدود بودن تعداد و در نتیجه طولانی بودن طول حرکات پایه که شکل متفاوت را برای آنها موجب می شود و کاهش احتمال رسیدن به حرکات پایه مشابه،

باشد. در پژوهشی مشابه و در مورد حروف لاتین [۵]، تعداد حرکات پایه، بین ۲۰ تا ۳۰ حرکت در نظر گرفته شده است و بازسازی حروف به کمک حرکات پایه استخراج شده از مجموعه های دیگر، با موفقیت انجام پذیرفته است.

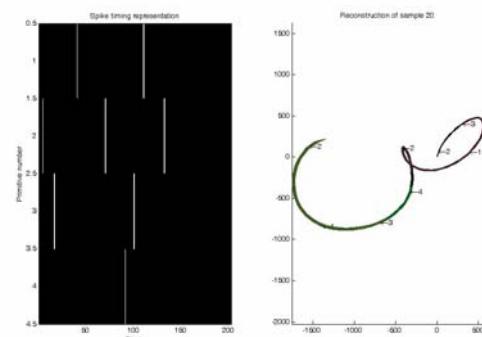
۵- بحث و نتیجه گیری

در این پژوهش با الهام از مدل پیانو و آموزش زنجیره های مارکوف پنهان چندگانه به کمک الگوریتم بیشینه سازی امید، با موفقیت به استخراج حرکات پایه از دستخط فارسی افراد پرداختیم. از ویژگی های چنین راهکاری عدم نیاز به هرگونه پیش فرض در مورد جایگاه این حرکات پایه بروی حروف (و یا بطور معادل تقسیم بندی ابتدایی حروف) و طول آنهاست. در پژوهشی مشابه، چنین رو شی بمنظور شناخت حرکات

در این بخش چهار حرکت پایه ای بدست آمده از حرف ص از دو مجموعه داده ای در اختیار، مجموعه های ۱۰۰ عضوی هردو نوشته شده توسط یک فرد، مورد بررسی قرار می گیرند. در شکل (۷) نمونه ای بیستم از ص های نوشته شده و در شکل (۸) حاصل بازسازی حرکات پایه از مجموعه اول با زمانهای مناسب (خروجی الگوریتم به ازای کرکتر بیستم) به چشم می خورند.



شکل ۷: نمونه ای بیستم از ص های نوشته شده.



شکل ۸: حاصل بازسازی کرکتر بیستم با حرکات پایه استخراج شده و زمانهای فرآخوانی مناسب.

در شکل (۹) حاصل بازسازی حرکات پایه بدست آمده از مجموعه ای اول داده ها و زمانهای آغاز بدست آمده از مجموعه دوم داده ها آورده شده است.

زمان فراخوانی هریک است، لذا جادارد با ارائه تغییراتی در این روش، دستکم امکان شناخت زمان فراخوانی برای یک کرکتر ورودی جدید (با مشخص بودن حرکات پایه) فراهم شود.

پیوست

$$h_t^{(m) new} = \exp \{W^{(m)T} C^{-1} \tilde{Y}_t^{(m)} - \frac{1}{2} \Delta^{(m)}\}$$

$$\Delta^{(m)} \equiv diag(W^{(m)T} C^{-1} W^{(m)}) \quad (1)$$

$$\tilde{Y}_t^{(m)} \equiv Y_t - \sum_{l=1, l \neq m}^M W^{(l)} \langle S_t^{(l)} \rangle$$

$$W \leftarrow (\sum_{t=1}^T Y_t \langle S_t^T \rangle) (\sum_{t=1}^T \langle S_t S_t^T \rangle)^\dagger$$

$$\pi^m \leftarrow \langle S_1^{(m)} \rangle, P_{i,j}^{(m)} \leftarrow \frac{\sum_{t=2}^T \langle S_{t,i}^{(m)} S_{t-1,j}^{(m)} \rangle}{\sum_{t=2}^T \langle S_{t-1,j}^{(m)} \rangle} \quad (2)$$

$$C \leftarrow \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_t Y_t^T - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M W^{(m)} \langle S_t^{(m)} \rangle Y_t^T$$

منظور از نماد (\dagger) ، عملگر pseudo-inverse است.

مراجع

- [1] E. Bizzi, A. d'Avella, P. Saltiel, and M. Trensch. Modular organization of spinal motor systems. *The Neuroscientist*, 8(5):437–442, 2002.
- [2] M.J. Matarić. Primitives-based humanoid control and imitation. Technical report, DARPA MARS project, 2004.
- [3] Z. Ghahramani and M.I. Jordan. Factorial hidden Markov models. *Machine Learning*, 29:245–275, 1997.
- [4] A.P. Dempster, N.M. Laird, and D.B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm (with discussion). *J. R. Statist. Soc. B*, 39:1–38, 1977.
- [5] Ben H Williams, Marc Toussaint, and Amos J Storkey, Extracting Motion Primitives from Natural Handwriting Data, submitted version, In Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks (ICANN), 2006.

پایه در نوشته‌ی لاتین افراد مورد استفاده قرار گرفته است، که این خود عدم وابستگی روش به جهت نوشتمن، چپ به راست و یا راست به چپ، را می‌رساند.

از دیگر ویژگیهای خاص روش پیشنهادی، بدست‌آمدن زمان فراخوانی حرکات پایه برای هر یک از حرفهای مجموعه مورد بررسی است، که چنانچه دیدیم اهمیت بسیارزیادی در بازسازی موققیت‌آمیز حروف دارند و همچنین می‌توانند به عنوان روشی کارا در کدکردن آن کرکتر و به عبارتی دیگر ویژگی خاص آن حرف در کاربردهای شناسایی الگو، بکاروند.

مهمنترین مشکل روش ارائه شده، عدم امکان تعیین تعداد حرکات پایه لازم بطور خودکار است و این تعداد به عنوان ورودی الگوریتم تعیین می‌شود. از دیگر سو بین این تعداد و عمومی و همه‌منظوره بودن حرکات پایه استخراج شده، نوعی مصالحه وجود دارد. چه، همانطور که دیدیم اگر در پی استخراج حداقل حرکات پایه ممکن از یک مجموعه حروف باشیم، امکان تعمیم این حرکات برای بازسازی همین حرف، نوشته شده توسط نویسنده‌ی مجموعه‌ی اول، وجود ندارد. همچنین برخی حرکات پایه (اضافه به نسبت حداقل ممکن) و زمان فراخوانی هریک، برای امکان نمایش تغییرات احتمالی در نوشتمن یک تعداد حرف مشابه، لازمند.

در پژوهش‌های آتی، پس از ارائه روشی بهینه برای تعیین تعداد حرکات پایه، می‌توان روش پیشنهادی را برای مطالعه اعداد و امضای افراد نیز تعمیم داد و با توجه به اینکه این روش کارایی خود را در مورد حروف لاتین نشان داده است، می‌توان از آن برای بررسی شباهت احتمالی بین حرکات پایه در دستخط فارسی و لاتین افراد و همین‌طور دسته‌بندی دستخط افراد مختلف اقدام کرد.

همچنین باید توجه داشت به علت ماهیت گام‌به‌گام الگوریتم بیشینه‌سازی امید، راهکار پیشنهادی نیازمند مجموعه‌ای از داده‌ها برای استخراج حرکات پایه کلی و